NOM GROUPE DATE

# SAVOIRS Rappel : La notation exponentielle et la racine carrée

## La notation exponentielle

L'exponentiation est l'opération qui consiste à affecter une base d'un exposant afin d'obtenir une puissance :

$$\text{base}^{\text{exposant}} = \text{puissance}$$

***Exemple :*** Dans l'égalité $2^7 = 128$, la base est 2, l'exposant est 7 et la puissance est 128.

| Notation | *Exemple* |
|---|---|
| Pour une base $a$ et un exposant entier $m > 1$ : $a^m = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ fois}}$ | $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ |
| Pour une base $a$ et l'exposant 1 : $a^1 = a$ | $75{,}48^1 = 75{,}48$ |
| Pour une base $a \neq 0$ et l'exposant 0 : $a^0 = 1$ | $269^0 = 1$ |
| Pour une base $a \neq 0$ et un exposant entier $m > 0$ : $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ | $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$ |

## La racine carrée

- L'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre positif au carré est appelée l'**extraction de la racine carrée.** Le symbole de cette opération est $\sqrt{\phantom{a}}$.
- Le nombre positif élevé au carré qui donne $a$ est appelé ***racine carrée*** de $a$. La racine carrée de $a$ se note $\sqrt{a}$.

***Exemples :*** **1)** La racine carrée de 81, notée $\sqrt{81}$, est 9, car $9 \times 9 = 9^2 = 81$.

**2)** $\sqrt{29{,}16} = 5{,}4$, car $5{,}4 \times 5{,}4 = 5{,}4^2 = 29{,}16$.

- Le symbole $\sqrt{\phantom{a}}$ est appelé ***radical,*** le nombre qui se trouve sous le radical est appelé ***radicande*** et le résultat est appelé ***racine carrée.***

Radical → $\sqrt{49} = 7$ ← Racine carrée

Radicande

- On convient d'appeler l'opposé de la racine carrée de $a$ la racine carrée négative de $a$. La racine carrée négative de $a$ est notée $-\sqrt{a}$.

***Exemple :*** La racine carrée négative de 144, notée $-\sqrt{144}$, est $-12$.

# SAVOIRS

## 1.1 La racine cubique, la notation exponentielle et les lois des exposants

### La racine cubique

- L'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre au cube est appelée ***extraction de la racine cubique.*** Le symbole de cette opération est $\sqrt[3]{\phantom{a}}$ .
- Le nombre élevé au cube qui donne $a$ est appelé ***racine cubique*** de $a$. La racine cubique de $a$ se note $\sqrt[3]{a}$ .

***Exemples :*** **1)** La racine cubique de 64, notée $\sqrt[3]{64}$ , est 4, car $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

**2)** $\sqrt[3]{^-125} = {^-5}$, car $^-5 \times {^-5} \times {^-5} = (^-5)^3 = {^-125}$.

### La notation exponentielle

Dans certains cas, il est possible d'exprimer une expression écrite sous la forme exponentielle en notation fractionnaire ou à l'aide d'un radical.

| Notation | *Exemple* |
|---|---|
| Pour une base $a \neq 0$ et un exposant entier $m > 0$ : $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ | $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ |
| Pour une base $a \geq 0$ et l'exposant $\frac{1}{2}$ : $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ | $81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 9$ |
| Pour une base $a$ et l'exposant $\frac{1}{3}$ : $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ | $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$ |

### Les lois des exposants

Les lois des exposants permettent d'effectuer des opérations qui font intervenir des expressions écrites sous la forme exponentielle.

| Loi | | *Exemple* |
|---|---|---|
| **Produit de puissances** Pour $a \neq 0$ : | $a^m \times a^n = a^{m+n}$ | $3^4 \times 3^6 = 3^{4+6} = 3^{10} = 59\ 049$ |
| **Quotient de puissances** Pour $a \neq 0$ : | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $\frac{2^9}{2^5} = 2^{9-5} = 2^4 = 16$ |
| **Puissance d'un produit** Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$ : | $(ab)^m \times a^m b^m$ | $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1000$ |
| **Puissance d'une puissance** Pour $a \neq 0$ : | $(a^m)^n = a^{mn}$ | $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6 = 15\ 625$ |
| **Puissance d'un quotient** Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$ : | $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ | $\left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{9^2}{5^2} = \frac{81}{25} = 3{,}24$ |

# RENFORCEMENT 1.1 La racine cubique, la notation exponentielle et les lois des exposants



**1** Récris chacune des expressions suivantes de façon à éliminer l'exposant.

**a)** $3^{\frac{1}{2}}$ **b)** $7^{\frac{1}{3}}$ **c)** $-17^{\frac{1}{2}}$

**d)** $(-11)^{\frac{1}{3}}$ **e)** $-23^{\frac{1}{3}}$ **f)** $-\left(\frac{2}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$

**2** Récris chacune des expressions suivantes de façon à éliminer le radical.

**a)** $\sqrt{21}$ **b)** $\sqrt[3]{15}$ **c)** $\sqrt[3]{-19}$

**d)** $-\sqrt[3]{87}$ **e)** $\sqrt{\frac{3}{5}}$ **f)** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{7}}$

**3** Calcule, lorsque c'est possible, la valeur de chacune des expressions suivantes.

**a)** $\sqrt{36}$ **b)** $\sqrt[3]{-64}$ **c)** $\sqrt{-16}$

**d)** $-\sqrt{16}$ **e)** $\sqrt[3]{\frac{125}{343}}$ **f)** $\sqrt{\frac{9}{25}}$

**4** Dans chaque cas, détermine la ou les valeurs de *a*.

**a)** $a^2 = 49$ **b)** $a^3 = -27$ **c)** $\sqrt{a} = 11$

**d)** $\sqrt[3]{a} = 0,2$ **e)** $\sqrt{a} = 0,5$ **f)** $\sqrt[3]{-0,125} = a$

**5** Indique si chacun des énoncés ci-dessous est vrai ou faux.

| | Vrai | Faux |
|---|---|---|
| **a)** La racine cubique d'un nombre existe toujours. | | |
| **b)** La racine carrée d'un nombre existe toujours. | | |
| **c)** Lorsqu'on multiplie deux bases différentes affectées d'exposants identiques, on additionne les bases. | | |
| **d)** La $n^e$ puissance d'un produit équivaut au produit des $n^e$ puissances des facteurs concernés. | | |
| **e)** La $n^e$ puissance d'une somme équivaut à la somme des $n^e$ puissances des termes utilisés. | | |

**6** Récris chaque expression sous la forme d'une puissance de la base.

a) $5^5 \times 5^4$

b) $3^4 \times 3^2$

c) $\dfrac{2^{10}}{2^3}$

d) $(7^7)^7$

e) $\left(\dfrac{3^{12}}{3^5}\right)^3$

f) $\dfrac{11^4 \times 11^6}{11^2}$

g) $(13 \times 13^{11})^2$

h) $(5^{-3} \times 5^{-6})^{-2}$

i) $\left(\dfrac{17^{-17} \times 17^8}{17^3}\right)^3$

j) $\sqrt{\dfrac{15^3 \times 15^{18}}{15^{-7}}}$

k) $\dfrac{(2^{11} \times 2^{-5})^2}{(2^3)^{-3}}$

l) $(5^7 \times 5)^3 \times 5^{-1}$

**7** Récris chaque expression sous la forme d'une puissance positive de la plus petite base possible.

a) $4^3$

b) $49^2 \times 7^5$

c) $\dfrac{27^3 \times 9^2}{81^{-4}}$

d) $(125^2)^4 \times 25^{-4}$

e) $\left(\dfrac{121^3}{11^2}\right)^2$

f) $\left(\dfrac{13^3 \times 2197}{169^{-1}}\right)^2$

**8** Récris chacune des expressions suivantes de façon à faire intervenir des puissances positives des plus petites bases possibles.

a) $\dfrac{11^3 \times 121^4}{2^4 \times 2^3}$

b) $\dfrac{4^2 \times 16}{(9^2)^5}$

c) $(25^3 \div 4^5)^3$

d) $\dfrac{8^3 \times 125}{25^4 \times 64}$

e) $\dfrac{(11^4 \times 1331^2)^2}{(27^2)^5}$

f) $\left(\dfrac{49^4}{169^6}\right)^2 \times \left(\dfrac{13^7}{7}\right)^{-2}$

g) $\dfrac{2 \times (289^3)^2}{(17^{11} \times 4^5)^{-3}}$

h) $\left(\dfrac{4^5}{121^{-2} \times 8}\right)^5 \times \dfrac{11^{-7}}{16^{-3}}$

# ENRICHISSEMENT 1.1 La racine cubique, la notation exponentielle et les lois des exposants

**1** Démontre chacune des égalités suivantes.

**a)** $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$

**b)** $\sqrt[3]{a^n} = \left(\sqrt[3]{a}\right)^n$

**c)** $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$

**d)** $\sqrt[3]{a^n} = a^{\frac{n}{3}}$

**2** Détermine, lorsque c'est possible, la valeur numérique de chacune des expressions suivantes.

| | | |
|---|---|---|
| **a)** $4^{\frac{3}{2}}$ | **b)** $8^{\frac{2}{3}}$ | **c)** $49^{\frac{5}{2}}$ |
| | | |
| Réponse : | Réponse : | Réponse : |
| **d)** $(^-27)^{\frac{4}{3}}$ | **e)** $^-27^{\frac{4}{3}}$ | **f)** $(^-25)^{\frac{5}{2}}$ |
| | | |
| Réponse : | Réponse : | Réponse : |
| **g)** $^-25^{\frac{5}{2}}$ | **h)** $4^{-\frac{7}{2}}$ | **i)** $64^{-\frac{2}{3}}$ |
| | | |
| Réponse : | Réponse : | Réponse : |

SAVOIRS

# 1.2 La notation scientifique

1

- La **notation scientifique** permet d'exprimer plus simplement de très petits et de très grands nombres.
- Un nombre $n$ exprimé en notation scientifique est un nombre décomposé en **deux facteurs**:
  - Le **1er facteur** est un **nombre décimal *d*,** formé de chiffres significatifs, tel que pour $n > 0$, on a $1 \leq d < 10$, et pour $n < 0$, on a que $^-10 < d \leq {}^-1$.
  - Le **2e facteur** est une **puissance de 10** exprimée en notation exponentielle. Il exprime l'ordre de grandeur du nombre $n$.

***Exemple:*** $805\ 000\ 000\ 000 = 8{,}05 \times 100\ 000\ 000\ 000 = \mathbf{8{,}05 \times 10^{11}}$

- Pour exprimer un nombre en notation scientifique, tu peux utiliser la démarche suivante.

| Démarche | *Exemple:* Exprime 0,000 000 590 4 en notation scientifique. |
|---|---|
| **1.** En partant de la gauche, identifie le **1er chiffre** non nul du nombre, c'est-à-dire le 1er chiffre significatif. Ce chiffre formera la partie entière du **1er facteur.** | Dans 0,000 000 590 4, le 1er chiffre significatif est 5. |
| **2.** À l'aide des chiffres **situés à la droite** du chiffre identifié à l'étape **1,** forme la partie décimale du **1er facteur**. | Soit 0,000 000 5**90 4,** on a donc que le **1er facteur** est: **5,904**. |
| **3.** Exprime, par une puissance de 10, l'**ordre de grandeur** du nombre, qui correspond à la position du chiffre trouvé à l'étape **1.** | Dans 0,000 000 590 4, le chiffre 5 occupe la position des dix-millionièmes. L'ordre de grandeur est **0,000 000 1**. |
| **4.** Écris en notation exponentielle le nombre obtenu à l'étape **3.** Il s'agit du **2e facteur**. | **0,000 000 1** = $\mathbf{10^{-7}}$ |
| **5.** Écris le nombre comme étant le produit du **1er facteur** par le **2e facteur**. | En notation scientifique, 0,000 000 509 4 = $\mathbf{5{,}904} \times \mathbf{10^{-7}}$. |

- Les préfixes du système international d'unités (SI) permettent d'exprimer plus simplement certaines mesures. Ces préfixes sont associés à des puissances particulières de 10. En voici quelques-uns:

| Puissance de 10 par laquelle l'unité est multipliée | Préfixe | Symbole | *Exemple* |
|---|---|---|---|
| $10^{-9}$ = 0,000 000 001 | nano | n | 12 nm = 12 × $10^{-9}$ mètre |
| $10^{-6}$ = 0,000 001 | micro | µ | 0,1 µm = 0,1 × $10^{-6}$ mètre |
| $10^{-3}$ = 0,001 | milli | m | 6 mm = 6 × $10^{-3}$ mètre |
| $10^{-2}$ = 0,01 | centi | c | 5,1 cm = 5,1 × $10^{-2}$ mètre |
| $10^{-1}$ = 0,1 | déci | d | 17 dm = 17 × $10^{-1}$ mètre |
| $10^{1}$ = 10 | déca | da | 9 dam = 9 × 10 mètres |
| $10^{2}$ = 100 | hecto | h | 11 hm = 11 × $10^{2}$ mètres |
| $10^{3}$ = 1000 | kilo | k | 2 km = 2 × $10^{3}$ mètres |
| $10^{6}$ = 1 000 000 | méga | M | 8 Mm = 8 × $10^{6}$ mètres |
| $10^{9}$ = 1 000 000 000 | giga | G | 62 Gm = 62 × $10^{9}$ mètres |

# RENFORCEMENT

## 1.2 La notation scientifique



**1** Récris chaque nombre sous la forme d'une puissance de 10.

**a)** 1000 **b)** 10 **c)** 0,01

**d)** 100 **e)** 1 **f)** 0,000 001

**g)** 10 000 **h)** 0,0001 **i)** 10 000 000

**j)** 1 000 000 000 **k)** 100 000 **l)** 0,000 01

**2** Récris chaque nombre en notation décimale.

**a)** $10^{-1}$ **b)** $10^{4}$

**c)** $10^{-8}$ **d)** $10^{-5}$

**e)** $10^{7}$ **f)** $10^{-2}$

**g)** $10^{11}$ **h)** $10^{-8}$

**i)** $10^{0}$ **j)** $10^{-13}$

**k)** $10^{13}$ **l)** $10^{10}$

**3** Dans le nombre 3658,142 097, indique, sous la forme d'une puissance de 10, la position occupée par le chiffre :

**a)** 1 **b)** 5 **c)** 3

**d)** 9 **e)** 2 **f)** 0

**g)** 4 **h)** 7 **i)** 8

**4** Exprime chaque nombre en notation scientifique.

**a)** 1032 **b)** 0,043

**c)** ${}^{-}675\ 000$ **d)** 657

**e)** ${}^{-}0{,}76$ **f)** 4760

**g)** 0,000 057 **h)** ${}^{-}33\ 360$

**i)** 8 230 000 **j)** ${}^{-}5\ 760\ 000\ 000$

**5** Dans chaque cas, écris la forme développée du nombre indiqué.

**a)** ${}^{-}84{,}009\ 051$

**b)** 600 450,5

**c)** 2 000 657,000 06

**6** Récris chaque nombre en notation décimale.

a) $4{,}53 \times 10^{-9}$

b) $1{,}17 \times 10^{2}$

c) $^{-}2{,}48 \times 10^{-6}$

d) $^{-}7{,}31 \times 10^{-4}$

e) $2{,}1 \times 10^{0}$

f) $^{-}5{,}88 \times 10^{-6}$

g) $2{,}69 \times 10^{1}$

h) $5{,}34 \times 10^{-9}$

i) $4{,}63 \times 10^{-2}$

j) $7 \times 10^{6}$

k) $9{,}53 \times 10^{3}$

l) $7{,}0045 \times 10^{7}$

m) $7{,}77 \times 10^{-3}$

n) $^{-}5{,}29 \times 10^{4}$

o) $4 \times 10^{-6}$

p) $^{-}3{,}04 \times 10^{-1}$

**7** Dans chaque cas, écris le nombre qui correspond à la forme développée donnée.

a) $3 \times 10^{5} + 8 \times 10^{3} + 5 \times 10^{2} + 2 \times 10^{1} + 7 \times 10^{-1}$

b) $^{-}5 \times 10^{2} + 7 \times 10^{1} + 4 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$

c) $1 \times 10^{7} + 1 \times 10^{2} + 3 \times 10^{0} + 8 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-4}$

d) $8 \times 10^{2} + 7 \times 10^{1} + 1 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-5} + 6 \times 10^{-9}$

**8** Convertis chacune des mesures données en l'unité indiquée. Exprime ta réponse en notation scientifique.

a) 100 mm → ______ m

b) 200 hm → ______ mm

c) 35 dm → ______ dam

d) 30 000 nm → ______ cm

e) 0,35 nm → ______ cm

f) 1 mm → ______ nm

g) 100 μm → ______ hm

h) 0,07 Mm → ______ hm

i) 0,25 Gm → ______ mm

j) 1 μm → ______ m

k) 0,04 m → ______ μm

l) 1 m → ______ Gm

**9** Convertis chacune des mesures données en l'unité indiquée. Exprime ta réponse en notation scientifique.

a) $4{,}5 \times 10^{-5}$ Go → ______ Mo

b) $1{,}7 \times 10^{2}$ L → ______ μl

c) $6{,}8 \times 10^{-6}$ ms → ______ ns

d) $3{,}3 \times 10^{6}$ kW → ______ MW

e) $4{,}3 \times 10^{-3}$ kHz → ______ Hz

f) $1{,}03 \times 10^{5}$ mA → ______ A

# ENRICHISSEMENT 1.2 La notation scientifique

Le tableau suivant présente des préfixes du système international d'unités (SI) ainsi que les symboles associés à différentes puissances de 10.

| Préfixe | yotta | zetta | exa | péta | téra | … | pico | femto | atto | zepto | yocto |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Puissance | $10^{24}$ | $10^{21}$ | $10^{18}$ | $10^{15}$ | $10^{12}$ | … | $10^{-12}$ | $10^{-15}$ | $10^{-18}$ | $10^{-21}$ | $10^{-24}$ |
| Symbole | Y | Z | E | P | T | … | p | f | a | z | y |

En informatique, le nombre de flops correspond au nombre d'opérations (addition, soustraction, multiplication ou division) effectuées par un ordinateur en une seconde.

Le K Computer est l'ordinateur le plus puissant du monde, pouvant atteindre une vitesse de calcul de 8,162 pétaflops.

**1** Complète le tableau suivant. Chacune de tes réponses doit être exprimée à l'aide de la notation scientifique.

**Performances du K Computer**

| Nombre d'opérations | Temps nécessaire pour effectuer ces opérations | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ps | fs | as | zs | ys |
| 1 | | | | | |
| $10^3$ | | | | | |
| $10^8$ | | | | | |
| $10^5$ | | | | | |
| $10^9$ | | | | | |
| $7,5 \times 10^{10}$ | | | | | |

**2** La durée moyenne d'un clignement d'œil est de 125 millisecondes. Combien d'opérations cet ordinateur peut-il effectuer en un clignement d'œil ? Exprime ta réponse à l'aide de la notation scientifique.

Réponse :

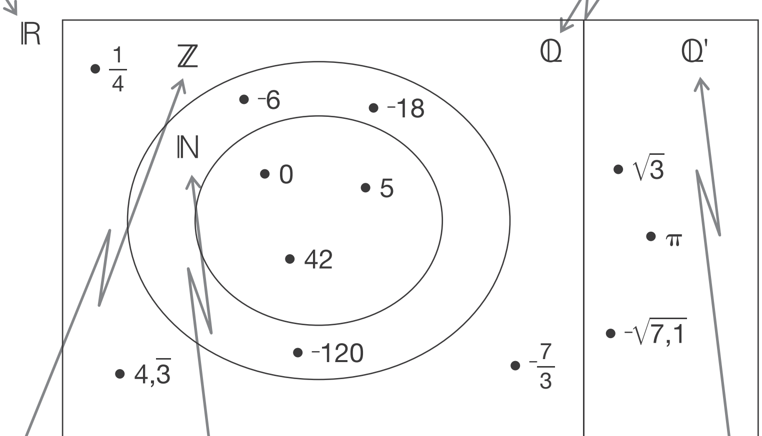
# 1.3 Les ensembles de nombres



Il existe différents ensembles de nombres, dont $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}'$ et $\mathbb{R}$. Le schéma ci-dessous illustre les relations qui existent entre ces différents ensembles de nombres.

Les nombres réels ($\mathbb{R}$): Nombres qui appartiennent à l'ensemble des nombres rationnels ou à l'ensemble des nombres irrationnels ($\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$).

Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$): Nombres qui peuvent être écrits sous la forme $\frac{a}{b}$, où $a$ et $b$ sont des nombres entiers et $b$ est différent de 0. Sous la forme décimale, le développement est fini ou infini et périodique.




Les nombres entiers: $\mathbb{Z} = \{..., {}^-2, {}^-1, 0, 1, 2, ...\}$.

Les nombres naturels: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$.

Les nombres irrationnels ($\mathbb{Q}'$): Nombres qui ne peuvent pas être exprimés comme un quotient d'entiers et dont le développement décimal est infini et non périodique.

# RENFORCEMENT 1.3 Les ensembles de nombres



**1** Écris cinq nombres :

**a)** rationnels non entiers ;

**b)** qui appartiennent à $\mathbb{N}$ ;

**c)** qui appartiennent à $\mathbb{Q}$, mais pas à $\mathbb{Z}$ ;

**d)** qui n'appartiennent pas à $\mathbb{Q}$ ;

**e)** qui n'appartiennent pas à $\mathbb{Q}'$ ;

**f)** qui appartiennent à $\mathbb{R}$, mais pas à $\mathbb{Z}$.

**2** Écris le symbole de l'ensemble de nombres le plus restreint auquel appartient chacun des nombres suivants.

| | | |
|---|---|---|
| **a)** $^{-}3{,}2$ | **b)** $7$ | **c)** $^{-}\frac{2}{3}$ |
| **d)** $^{-}2{,}345$ | **e)** $0{,}254\ 563\ldots$ | **f)** $\frac{4}{7}$ |
| **g)** $^{-}\sqrt{43}$ | **h)** $\sqrt{16}$ | **i)** $6{,}\overline{75}$ |
| **j)** $1$ | **k)** $36$ | **l)** $^{-}\sqrt{10}$ |
| **m)** $^{-}21$ | **n)** $55{,}627\ 831\ldots$ | **o)** $\frac{1}{2}$ |
| **p)** $\frac{7}{4}$ | **q)** $\sqrt{27}$ | **r)** $0$ |
| **s)** $1{,}246\ 747\ldots$ | **t)** $3{,}5\overline{82}$ | **u)** $\pi$ |

**3** Écris le symbole de l'ensemble de nombres le plus restreint auquel appartient le résultat de chacun des calculs suivants.

| | | |
|---|---|---|
| **a)** $32 - 45$ | **b)** $11 - {^{-}13}$ | **c)** $^{-}45{,}3 + 31{,}2$ |
| **d)** $\frac{1}{4} \times {^{-}7}$ | **e)** $2 + \sqrt{7}$ | **f)** $\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{11}} - \frac{5}{6}$ |
| **g)** $\frac{4}{5} \times {^{-}\frac{3}{2}}$ | **h)** $\frac{3}{17} - \sqrt{19}$ | **i)** $\frac{8}{7} \times {^{-}\sqrt{36}}$ |

**4** Voici une série de nombres :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3$ | $2{,}5$ | $13$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $6{,}524\overline{5}$ | $32{,}456\ 724\ldots$ | $\frac{5}{17}$ |
| $-\frac{18}{3}$ | $\sqrt{15}$ | $-\sqrt{25}$ | $\frac{11}{16}$ | $-0{,}4$ | $-0{,}04$ | $42{,}129\ 366\ldots$ | $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ |
| $-\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ | $479\ 465$ | $1{,}4 \times 10^{2}$ | $1{,}4 \times 10^{-2}$ | $-1{,}4 \times 10^{2}$ | | | |

Parmi ces nombres, lesquels appartiennent :

**a)** à $\mathbb{Z}$, mais pas à $\mathbb{N}$ ?

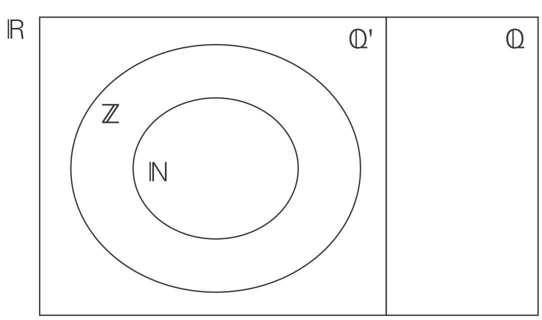
**b)** à $\mathbb{Q}$, mais pas à $\mathbb{Z}$ ni à $\mathbb{N}$ ?

**c)** à $\mathbb{R}$, mais pas à $\mathbb{Q}$ ?

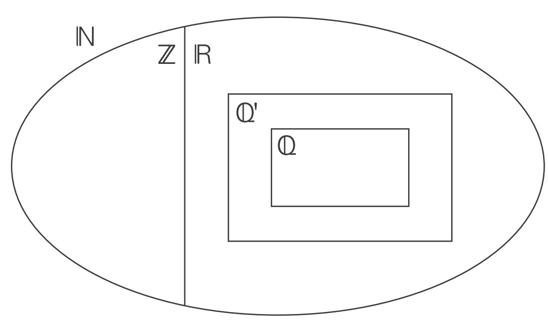
**5** Place chacun des nombres de la liste ci-dessous dans le seul diagramme qui, parmi ceux illustrés, représente adéquatement les relations entre les différents ensembles de nombres.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{12}{7}$ | $-\frac{25}{5}$ | $\sqrt{49}$ | $-\frac{36}{4}$ | $-11$ | $3{,}\overline{7}$ | $-\sqrt{2}$ | |
| $\frac{132}{2}$ | $1{,}514\ 253\ldots$ | $-8{,}625$ | $\sqrt{61}$ | $0$ | $-\sqrt{142}$ | $3{,}14$ | $\pi$ | $\frac{1}{10}$ | |

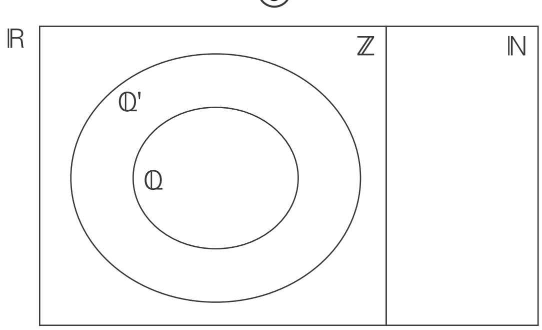
①



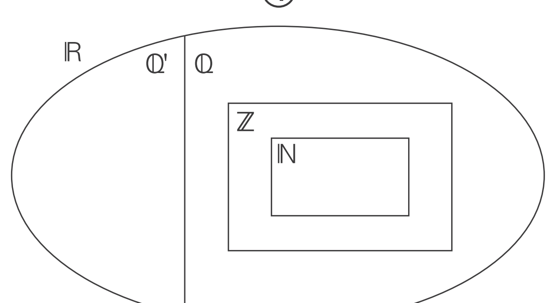

②




③




④



# ENRICHISSEMENT 1.3 Les ensembles de nombres



Tous les nombres irrationnels de la forme $\sqrt{a}$, où $a$ appartient à $\mathbb{N}$, peuvent être représentés géométriquement de la façon suivante.

- Tracer un segment AB dont la longueur est de $(a + 1)$ unités.
- Placer sur ce segment le point O tel que m $\overline{OA} = 1$ unité.
- Tracer le cercle de diamètre AB.
- Tracer le segment perpendiculaire à $\overline{AB}$ et passant par le point O.
- Identifier le point H qui correspond à l'une des intersections du cercle et du segment perpendiculaire tracé.

La longueur du segment OH est alors de $\sqrt{a}$ unités.

**1** À l'aide de cet exemple, représente géométriquement chacun des nombres suivants.

**a)** $\sqrt{3}$

**b)** $\sqrt{7}$

# SP 1 Les éléments

1 L'abondance relative d'un élément correspond au pourcentage de la masse terrestre qui est constituée de cet élément.

Voici des renseignements qui permettent de calculer l'abondance relative d'un élément :

- La masse de la Terre ($m_T$) est de $5,97 \times 10^{24}$ kg.
- La masse d'un atome se mesure en unités de masse atomique (u) : $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-24}$ g.

Complète le tableau suivant, qui indique l'abondance relative de trois éléments chimiques. Toutes tes réponses doivent être exprimées à l'aide de la notation scientifique, excepté les pourcentages associés à l'abondance relative.

**Informations sur trois des éléments présents sur la Terre**

| Élément | Masse d'un atome (u) | Masse d'un atome (g) | Nombre d'atomes | Abondance relative (%) |
|---|---|---|---|---|
| Oxygène (O) | $1,6 \times 10^{1}$ | | | 48 |
| Magnésium (Mg) | | | $2,44 \times 10^{49}$ | 16,5 |
| Fer (Fe) | | $9,27 \times 10^{-23}$ | $9,21 \times 10^{48}$ | |

**Démarche et calculs**

1

Réponse

**Informations sur trois des éléments présents sur la Terre**

| Élément | Masse d'un atome (u) | Masse d'un atome (g) | Nombre d'atomes | Abondance relative (%) |
|---|---|---|---|---|
| Oxygène (O) | $1{,}6 \times 10^{1}$ | | | 48 |
| Magnésium (Mg) | | | $2{,}44 \times 10^{49}$ | 16,5 |
| Fer (Fe) | | $9{,}27 \times 10^{-23}$ | $9{,}21 \times 10^{48}$ | |

NOM GROUPE DATE

# SR 1 La nouvelle opération

Un élève de 3e secondaire invente une nouvelle opération qu'il intitule:
*Calculer le SCHMOCK d'un nombre*. Cette opération se note SCHMOCK($n$).

Par exemple, pour calculer le SCHMOCK de 25, on écrit SCHMOCK(25).

Voici la description de cette opération:

**Opération SCHMOCK**

Pour calculer le SCHMOCK d'un nombre $n$, il faut:

1) lui affecter l'exposant $n$;
2) élever au carré le résultat obtenu à l'étape 1);
3) multiplier le résultat de l'étape 2) par le nombre initial affecté de l'exposant $2n$;
4) diviser le résultat de l'étape 3) par le nombre initial affecté de l'exposant $4n$.

Émets une conjecture sur le résultat de l'opération SCHMOCK. Prouve ensuite ta conjecture à l'aide des lois des exposants.

**Démarche et calculs**

Réponse

CARNET 1

# Les nombres

## La racine cubique

- L'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre au cube est appelée ______. Le symbole de cette opération est ______.
- Le nombre élevé au cube qui donne *a* est appelé ______.

  La racine cubique de *a* se note ______.

## La notation exponentielle

- Dans certains cas, il est possible d'exprimer une expression écrite sous la forme exponentielle en notation fractionnaire ou à l'aide d'un radical.

| Notation | *Exemple* |
|---|---|
| Pour une base $a \neq 0$ et un exposant entier $m > 0$ : $a^{-m} = \square$ | $2^{-4} = \square = \square$ |
| Pour une base $a \geq 0$ et l'exposant $\frac{1}{2}$ : $a^{\frac{1}{2}} = \square$ | $81^{\frac{1}{2}} = \square = \square$ |
| Pour une base *a* et l'exposant $\frac{1}{3}$ : $a^{\frac{1}{3}} = \square$ | $\square = \sqrt[3]{8} = \square$ |

## Les lois des exposants

- Les lois des exposants permettent d'effectuer des opérations qui font intervenir des expressions écrites sous la forme exponentielle.

| Loi | | *Exemple* |
|---|---|---|
| **Produit de puissances** Pour $a \neq 0$ : | $a^m \times a^n = a^{\square}$ | $4^4 \times 4^5 = 4^{\square} = \square$ |
| **Quotient de puissances** Pour $a \neq 0$ : | $\frac{a^m}{a^n} = a^{\square}$ | $\frac{3^9}{3^5} = 3^{\square} = 3^{\square} = 81$ |
| **Puissance d'un produit** Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$ : | $(\square)^m = a^m b^m$ | $(4 \times 5)^3 = 4^{\square} \times \square^3 = \square \times \square = \square$ |
| **Puissance d'une puissance** Pour $a \neq 0$ : | $(a^m)^n = a^{\square}$ | $(6^2)^4 = 6^{\square} = \square$ |
| **Puissance d'un quotient** Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$ : | $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \square$ | $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2^{\square}}{7^{\square}} = \square$ |

## La notation scientifique

La notation scientifique permet d'exprimer plus simplement de très petits et de très grands nombres. Soit $n$, un nombre entier. Exprimer en notation scientifique :

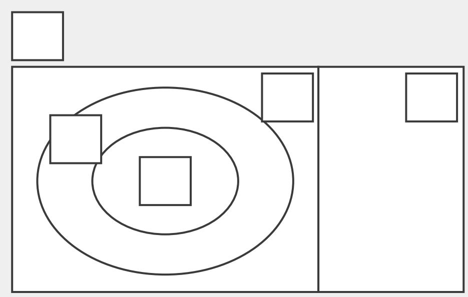
- un nombre positif, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où ____ $\leq a <$ ____ ;
- un nombre négatif, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où ____ $< a \leq$ ____.

Ex. :

| Nombre | Notation scientifique |
|---|---|
| $\boxed{4}67\ 000\ 000$<br>Le premier chiffre significatif de ce nombre occupe la position associée à $10^{\square}$. | $\boxed{4}67\ 000\ 000 =$ ____ $\times$ ____ |
| $^{-}0{,}000\ 0\boxed{4}3$<br>Le premier chiffre significatif de ce nombre occupe la position associée à $10^{\square}$. | $^{-}0{,}000\ 0\boxed{4}3 =$ ____ $\times$ ____ |

## Les ensembles de nombres

Il existe différents ensembles de nombres, dont $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}'$ et $\mathbb{R}$. Le schéma ci-contre illustre les relations qui existent entre ces différents ensembles de nombres.



- Les nombres ____ :
  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$.
- Les nombres ____ :
  $\mathbb{Z} = \{..., ^{-}2, ^{-}1, 0, 1, 2, ...\}$.
- Les nombres ____ ($\mathbb{Q}$) : Nombres qui peuvent être écrits sous la forme $\frac{a}{b}$, où $a$ et $b$ sont des nombres ____ et $b$ est différent de 0. Sous la forme décimale, le développement est fini ou infini et ____.
- Les nombres ____ ($\mathbb{Q}'$) : Nombres qui ne peuvent pas s'exprimer comme un quotient d'entiers et dont le développement décimal est ____ et ____.
- Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : Nombres qui appartiennent à l'ensemble des nombres ____ ou à l'ensemble des nombres ____ ($\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$).

# Test 1 Les nombres

## Questions à choix multiple

Pour chaque question, encercle la bonne réponse.

**1** Parmi les quantités ci-dessous, laquelle est équivalente à 254 000 µl ?

**a)** 254 L **b)** $2{,}54 \times 10^{2}$ ml **c)** $2{,}54 \times 10^{-6}$ L **d)** $25{,}4 \times 10^{5}$ cl

**2** Parmi les énoncés suivants concernant les nombres irrationnels, lequel est vrai ?

**a)** Le développement décimal de chacun de ces nombres peut être périodique.

**b)** Ils correspondent à un quotient de deux nombres entiers non nuls.

**c)** Ils correspondent uniquement à des racines carrées de nombres entiers.

**d)** Il en existe un nombre illimité.

**3** Parmi les énoncés ci-dessous concernant le nombre $0{,}45 \times 10^{-3}$, lequel est vrai ?

**a)** Ce nombre est exprimé à l'aide de la notation scientifique.

**b)** Ce nombre est négatif.

**c)** Le chiffre 4 occupe la position associée à $10^{-5}$.

**d)** Le chiffre 5 occupe la position associée à $10^{6}$.

**4** Parmi les nombres ci-dessous, lequel est exprimé correctement à l'aide de la notation scientifique ?

**a)** $^{-}5{,}4 \times 10^{5}$ **b)** $^{-}0{,}9 \times 10^{-3}$ **c)** $1{,}5 \times 11^{9}$ **d)** $12{,}32 \times 10^{4}$

**5** Quel énoncé est vrai ?

**a)** $27^{\frac{1}{3}} = \frac{27}{3} = 9$ **b)** $27^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{1}{2}}$

**c)** $\sqrt[3]{^{-}8}$ n'est pas un nombre réel. **d)** $\sqrt{a} = \sqrt{^{-}a}$

**6** Quelle est la solution de l'équation $x^{3} = 64$ ?

**a)** $x = 21{,}\overline{3}$ **b)** $x = 8$ **c)** $x = 4$ **d)** $x = 262\ 144$

**7** Quelle est la solution de l'équation $x^{\frac{1}{2}} = 121$ ?

**a)** $x = 11$ **b)** $x = 14\ 641$

**c)** $x = 60{,}5$ **d)** Il n'y a aucune solution.

**8** Dans quel cas les quantités sont-elles placées par ordre croissant ?

**a)** 3 GW, $3 \times 10^{7}$ W, $0{,}3 \times 10^{-6}$ MW, $3 \times 10^{-5}$ hW

**b)** 3 GW, $0{,}3 \times 10^{-6}$ MW, $3 \times 10^{-5}$ hW, $3 \times 10^{7}$ W

**c)** $3 \times 10^{7}$ W, $3 \times 10^{-5}$ hW, $0{,}3 \times 10^{-6}$ MW, 3 GW

**d)** $3 \times 10^{-5}$ hW, $0{,}3 \times 10^{-6}$ MW, 3 GW, $3 \times 10^{7}$ W

## Questions à réponse courte

**9** Récris chacun des nombres ci-dessous à l'aide de la notation scientifique.

**a)** $^{-}0{,}96$ **b)** 2 840 000 **c)** $^{-}489\ 000$

**d)** 0,032 **e)** 6720 **f)** 0,000 045

**10** Récris chacun des nombres ci-dessous à l'aide de la notation décimale.

**a)** $^{-}3{,}98 \times 10^{-6}$ **b)** $5{,}53 \times 10^{-3}$ **c)** $^{-}9{,}52 \times 10^{-6}$

**d)** $9{,}2 \times 10^{6}$ **e)** $4{,}7 \times 10^{0}$ **f)** $4{,}59 \times 10^{1}$

**11** Récris chaque expression sous la forme d'une puissance de la base.

**a)** $\left(\frac{3^4 \times 3^8}{3^6}\right)^2$ **b)** $\frac{(2^5)^4}{(2^3 \times 2^7)^3}$ **c)** $\left(\frac{5^{19} \div 5^3}{5^3 \div 5^7}\right)^2$

**12** Récris chacune des expressions ci-dessous sous la forme de la plus petite base possible affectée d'un exposant.

**a)** $16^2 \times 4^5$ **b)** $\frac{49^3 \times 7^2}{343}$ **c)** $(121^2)^4 \times 11^{-3}$

**13** Détermine l'ensemble de nombres le plus restreint auquel appartient chacun des nombres ci-dessous.

**a)** $\sqrt{25}$ **b)** 9 **c)** 0

**d)** $\frac{3}{4}$ **e)** $^{-}5{,}45$ **f)** $\frac{4}{7}$

**g)** $^{-}5{,}2$ **h)** 1,474 076… **i)** $3{,}4\overline{76}$

**14** Convertis chacune des quantités données en l'unité indiquée. Exprime ta réponse en notation scientifique.

**a)** $2{,}5 \times 10^{-4}$ MJ ____ kJ **b)** $2{,}5 \times 10^{3}$ ml ____ nl **c)** $4{,}8 \times 10^{-3}$ µs ____ s

1

## Questions à développement

**15** Voici quelques renseignements :

CD 2

- L'épaisseur d'un cheveu est de $10^2$ μm.
- Chaque personne a en moyenne $1{,}2 \times 10^5$ cheveux.
- La Terre compte environ $7 \times 10^9$ habitants.
- La plus petite distance qui sépare la Terre de la planète Mars est de $55 \times 10^6$ km.

Montre que si l'on empilait les uns sur les autres tous les cheveux des humains, on pourrait atteindre la planète Mars.

Réponse :

**16** La vitesse de transmission des données d'une connexion Internet est de 353 ko/s.

CD 1

Détermine le temps (en h) nécessaire pour télécharger un film de $3{,}42 \times 10^3$ Mo.
Exprime ta réponse à l'aide de la notation scientifique.

Réponse :

**17** La pression (en Pa) exercée sur une surface correspond au quotient de la force exercée (en N) par la mesure (en $m^2$) de la surface sur laquelle elle est exercée.

CD 1

Voici d'autres renseignements à ce sujet :

- $1\ m^2 = 10^4\ cm^2$
- Une force de 10 N correspond à la masse de $1 \times 10^4$ g.
- Pour chaque centimètre carré, l'atmosphère terrestre exerce une force équivalente à la masse de 9,8 kg.

Détermine la pression atmosphérique (en kPa). Exprime ta réponse à l'aide de la notation scientifique.

Réponse :